Appendix 1

Quantum mathematics

(Deutsche Version)

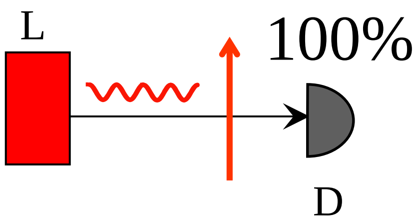
Quantenmathematik 1

1. Jeder sich propagierenden Lichtwelle wird eine **Amplitude A** zugeschrieben. **A** ist ein Pfeil, der sich wie ein Uhrzeiger dreht. Die **Drehgeschwindigkeit** von **A** ist proportional zur Frequenz der Welle.

2. Die **Wahrscheinlichkeit Pr**, dass ein Detektor an einer bestimmten Stelle feuert, ist durch die Fläche eines Quadrats gegeben, dessen Seiten die **Länge** des Pfeils **A** haben.

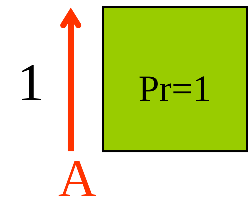
3. Bei jeder Abzweigung in einem halbtransparenten Spiegel springt der Pfeil der **reflektierten** Welle um 90° um: Zeigt beispielsweise der Pfeil vor der Abzweigung auf die Ziffer 12 der Uhr, zeigt der Pfeil der reflektierten Welle auf die Ziffer 3 der Uhr.

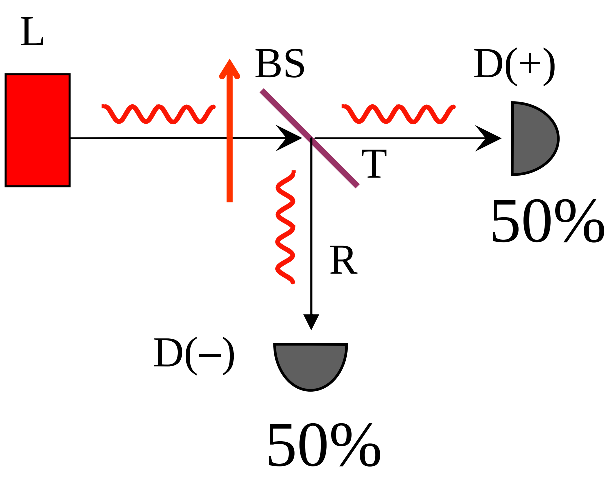
Quantenmathematik 2



Die Amplitude A vor dem Detektor D ist ein Pfeil von Grösse 1, der auf 12 Uhr (auf die Ziffer 12 der Uhr) zeigt.

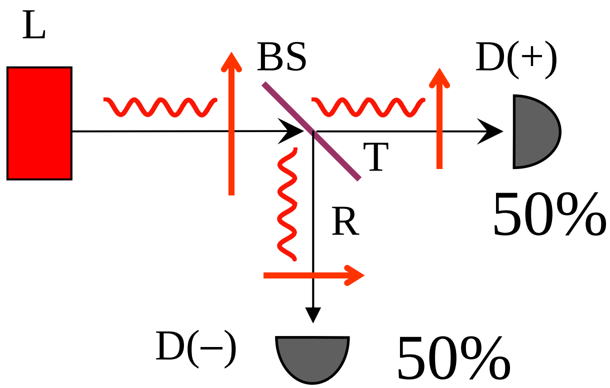
Die Wahrscheinlichkeit Pr, dass Detektor D klickt ist 1^2 oder 100%:



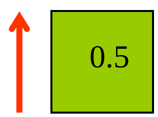


Die Amplitude A vor der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 1, der auf 12 Uhr zeigt.

Quantenmathematik 3

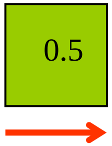


Die Amplitude A der T Welle unmittelbar nach der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 0.7071, der auf 12 Uhr zeigt. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit Pr, dass ein Detektor klickt, ist 50%:

0.7071 

$$\Pr(+) = 50\% = 0.5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0.7071^2$$

Die Amplitude A der R Welle unmittelbar nach der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 0.7071, der auf 3 Uhr zeigt. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit Pr, dass ein Detektor klickt ist 50%:

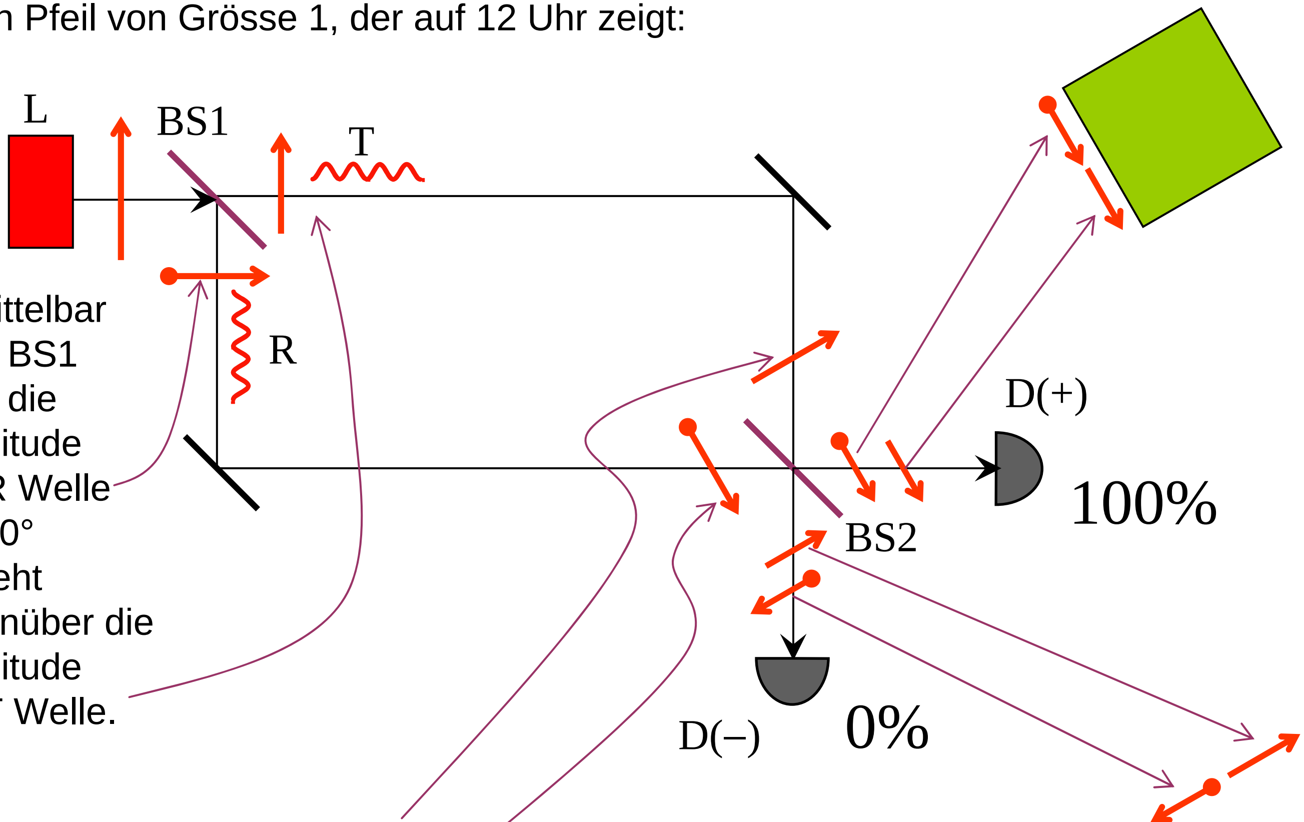


0.7071

$$\Pr(-) = 50\% = 0.5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0.7071^2$$

Quantenmathematik 4

Die **Amplitude** vor der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 1, der auf 12 Uhr zeigt:



Unmittelbar nach BS1 steht die Amplitude der R Welle um 90° gedreht gegenüber die Amplitude der T Welle.

Sind die Wege T und R von BS1 bis BS2 gleich lang, dann drehen sich die Amplituden der T Welle und der R Welle um denselben Winkel und treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 90° zueinander.

Beim Durchqueren vom BS2 in Richtung D(+) dreht sich die Amplitude R nicht.
Bei der Widerspiegelung im BS2 in Richtung D(+) dreht sich die Amplitude der Welle T um 90°:
Beide Pfeile treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 0° zueinander und die Addition ergibt 1.
Die Zählrate im D(–) is 100%.

$$0.5+0.5=1$$

$$Pr(+) = 1^2 = 100\%$$

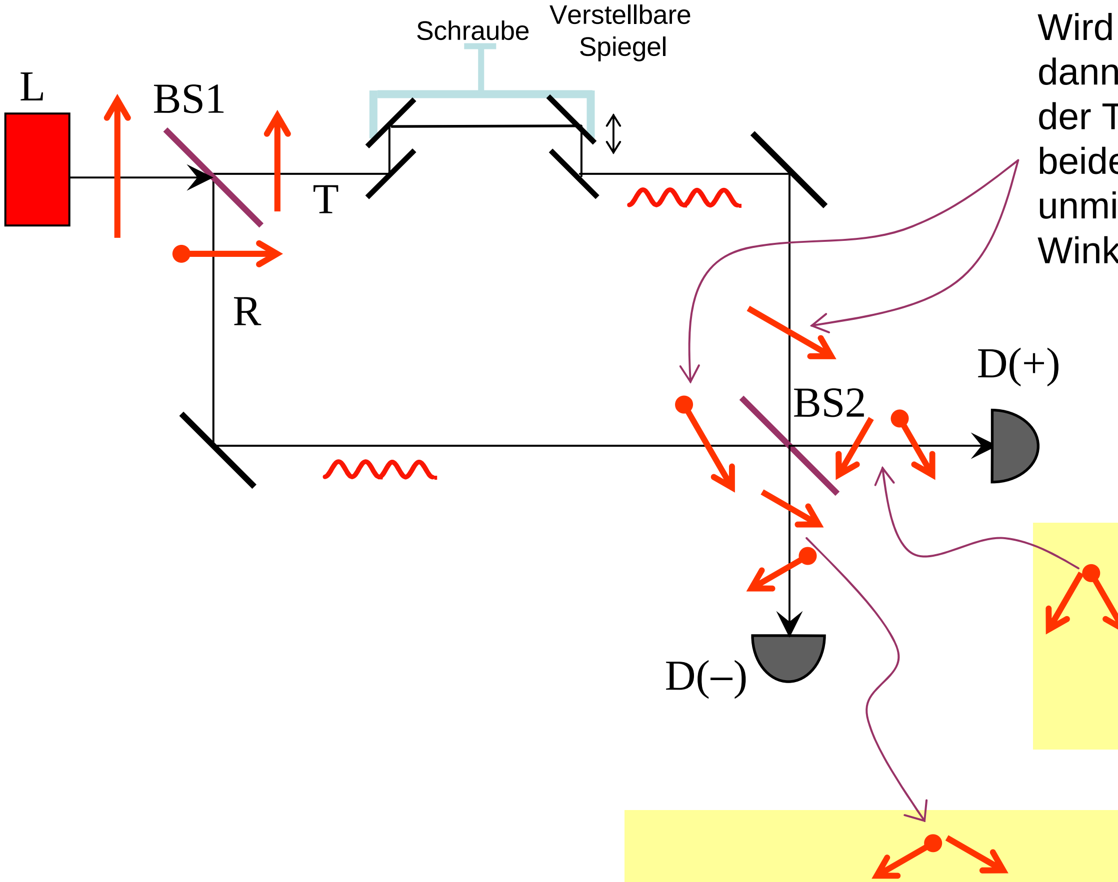
Beim Durchqueren vom BS2 in Richtung D(–) dreht sich die Amplitude T nicht.
Bei der Widerspiegelung im BS2 in Richtung D(–) dreht sich die Amplitude der Welle R um 90°:
Beide Pfeile treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 180° zueinander und die Addition ergibt 0. Die Zählrate im D(–) is 0%.

$$0.5–0.5=0$$

$$Pr(+) = 0^2$$

$$= 0\%$$

Quantenmathematik 5



Wird der Weg T etwas länger, dann dreht sich die Amplitude der T Welle etwas mehr und beide Amplituden werden unmittelbar vor BS2 z.B. einen Winkel von 30° bilden.

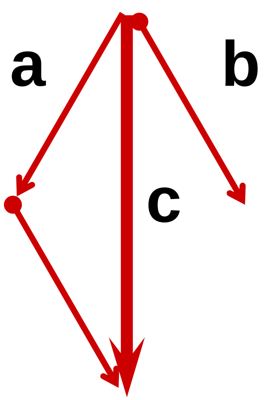
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (+) bilden die Amplituden einen Winkel von 60°.

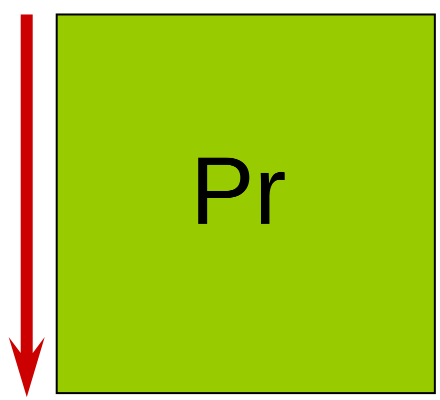
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (–) bilden die Amplituden einen Winkel von 120°.

Quantenmathematik 6

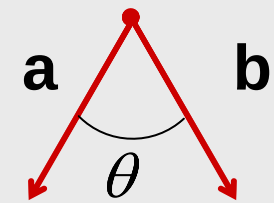
Regel für die Addition von Amplituden

- Im Allgemeinen liegen die Pfeile nicht auf einer geraden Linie.
- Die Pfeilen werden nach einander gereiht.
- Der Anfang wird mit dem Ende verbunden.
- Der resultierende Pfeil ist die Summe der Amplituden
- Das Quadrat des resultierenden Pfeils ergibt die Wahrscheinlichkeit





Mathematisch formuliert



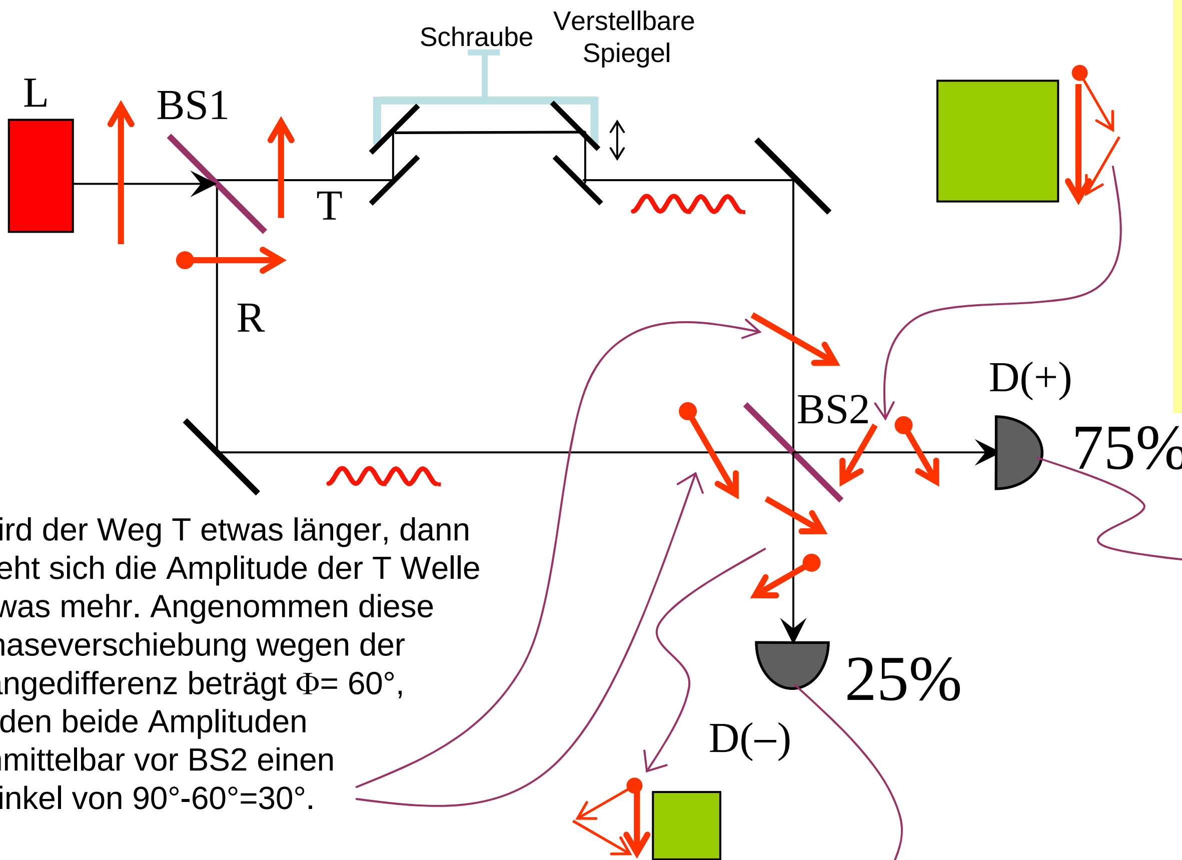
$$\Pr = |\mathbf{c}|^2 = |\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$$

$$= |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cos\theta$$

Für θ =90° erhält man den Pythagoras Satz:

$$|\mathbf{c}|^2 = |\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2$$

Quantenmathematik 7

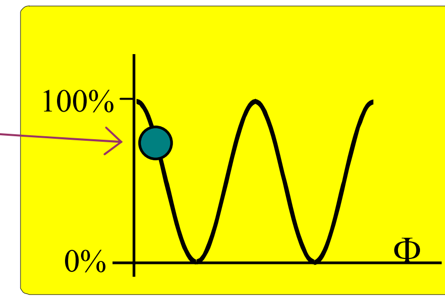


Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (+) bilden die Amplituden einen Winkel von θ =60°=Φ.

$$\Pr(+) = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + 2\frac{1}{2}\frac{1}{2}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{2}(1+\cos\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos\Phi)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{3}{2} = 0.75 = 75\%$$

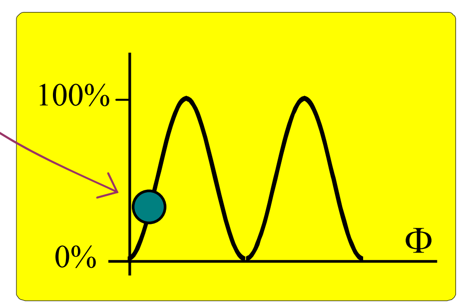


Wird der Weg T etwas länger, dann dreht sich die Amplitude der T Welle etwas mehr. Angenommen diese Phaseverschiebung wegen der Längedifferenz beträgt Φ= 60°, bilden beide Amplituden unmittelbar vor BS2 einen Winkel von 90°-60°=30°.

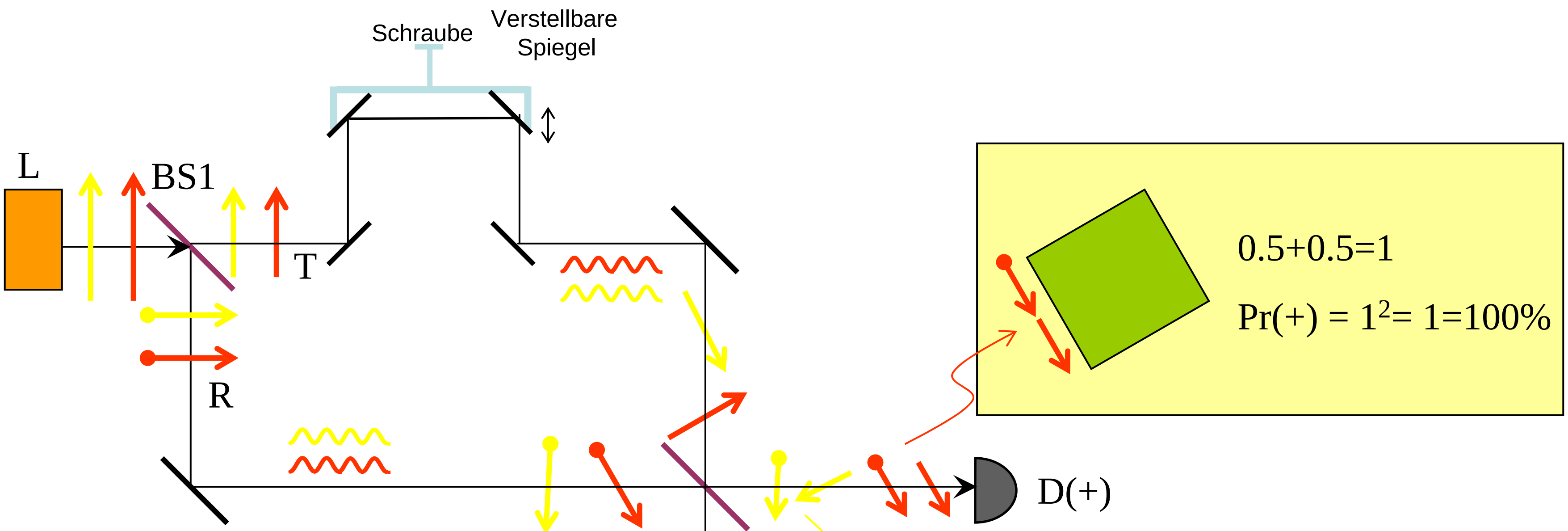
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (–) bilden die Amplituden einen Winkel von θ =180°–60°=120°=π–Φ.

$$\Pr(-) = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + 2\frac{1}{2}\frac{1}{2}\cos\theta = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$$

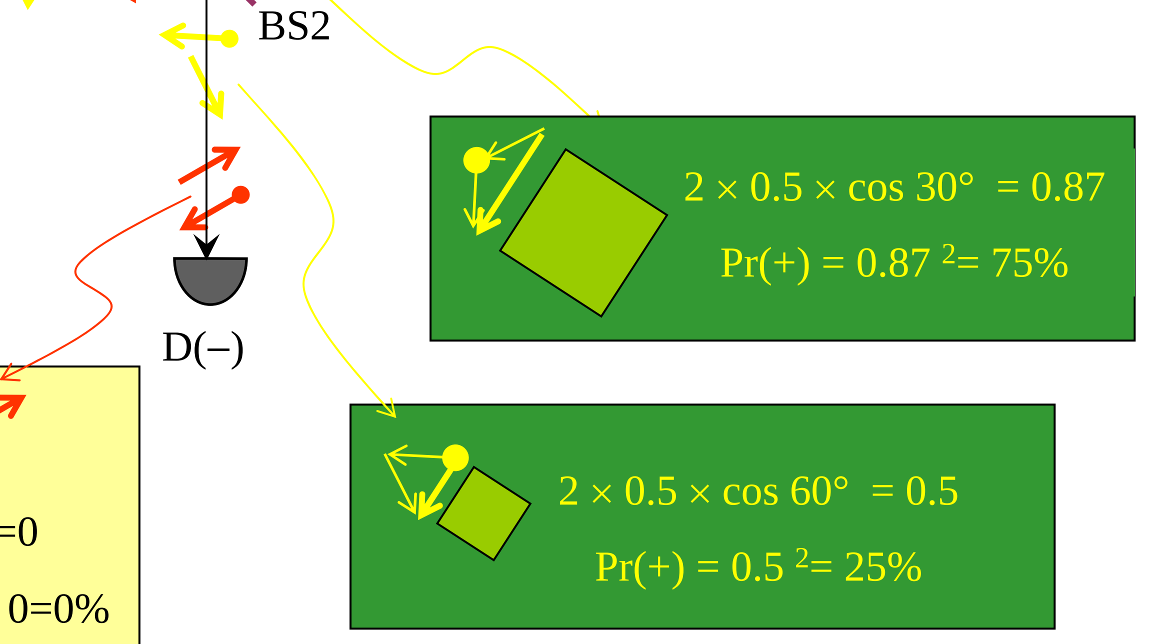
$$= \frac{1}{2}(1+\cos(\pi-\Phi)) = \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right) = 25\%$$

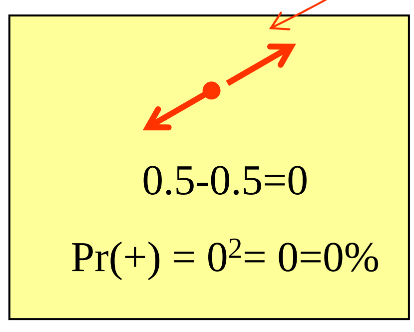


Quantenmathematik 8



Für zwei verschiedene Frequenzen drehen sich die entsprechenden Pfeile nicht gleich schnell. Darum, bei nicht gleich langen Wegen, ergeben zwei verschiedene Frequenzen zwei verschiedene Zählraten.





Quantenmathematik 9

Je mehr Frequenzen, desto mehr verschiedene Zählraten und desto unsichtbarere Interferenz.