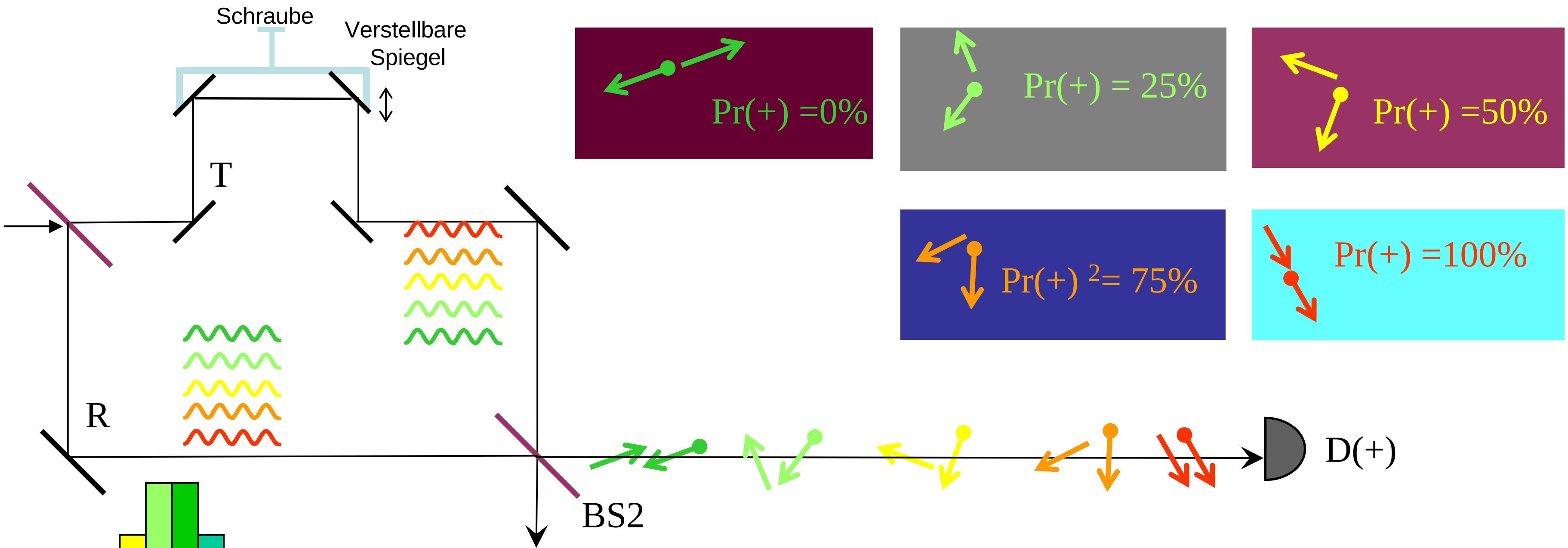
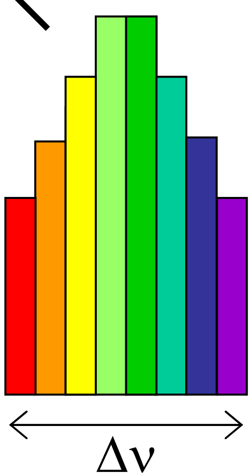
Appendix 2

Applying quantum mathematics to 2-Particles Experiments

(Deutsche Version)

Interferenzen, Frequenz-Bandbreite, Weglänge-Differenz





l : Länge des langen Weges
s: Länge des kurzen Weges

ν : Frequenz des Lasers
c : Lichtgeschwindigkeit
$\Delta\nu$: Bandbreite

$\omega = 2\pi\,\nu$: Kreisfrequenz
$\Delta\omega = 2\pi\,\Delta\nu$

θ : Phasenunterschied der beiden Weg-Amplituden (Winkel zwischen den beiden Pfeilen)

Für D(+): $\theta = 2\pi\nu\dfrac{l-s}{c} + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{2} = \Phi$

Wenn es in der Bandbreite für jede Frequenz eine andere Frequenz gibt, so dass $\Phi_2 - \Phi_1 = \pi$, die durchschnittliche Zählrate ergibt 50%.

Bedingung für versteckte Interferenz: $\Phi(\nu + \Delta\nu) - \Phi(\nu) = 2\pi$

Bedingung für gut sichtbare Interferenz in einem reellen Experiment

λ : Wellenläng e des Lasers $= 657\ nm$

ν : Frequenz des Lasers $= \frac{c}{\lambda} = \frac{2.6 \cdot 10^{8}\ m/s}{657 \cdot 10^{-9}\ m} = 4 \cdot 10^{14}\ Hz = 4 \cdot 10^{8}\ MHz = 4 \cdot 10^{5}\ GHz$

$\Delta\nu$: Bandbreite des Lasers $\approx 10\,MHz$

(Zum Vergleich : Bandbreite des sichtbaren Lichtes $= 5 \cdot 10^{5} - 10^{6}\ GHz = 500\,GHz$)

$l - s$: Weglänge - Differenz des Interferom etes $\approx 0.5\,m$

$\omega = 2\pi\nu \qquad \Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta\nu$

Bedingung für versteckte Interferenz: $\Phi(\nu + \Delta\nu) - \Phi(\nu) = 2\pi$

$$\Rightarrow 2\pi(\nu + \Delta\nu)\frac{l-s}{c} - 2\pi\nu\frac{l-s}{c} = 2\pi$$

$$\Rightarrow (\omega + \Delta\omega)\frac{l-s}{c} - \omega\frac{l-s}{c} = \Delta\omega\frac{l-s}{c} = 2\pi \Rightarrow \Delta\nu\frac{l-s}{c} = 1$$

Bedingung für gut sichtbare Interferenz: $\Phi(\nu + \Delta\nu) - \Phi(\nu) << 2\pi$

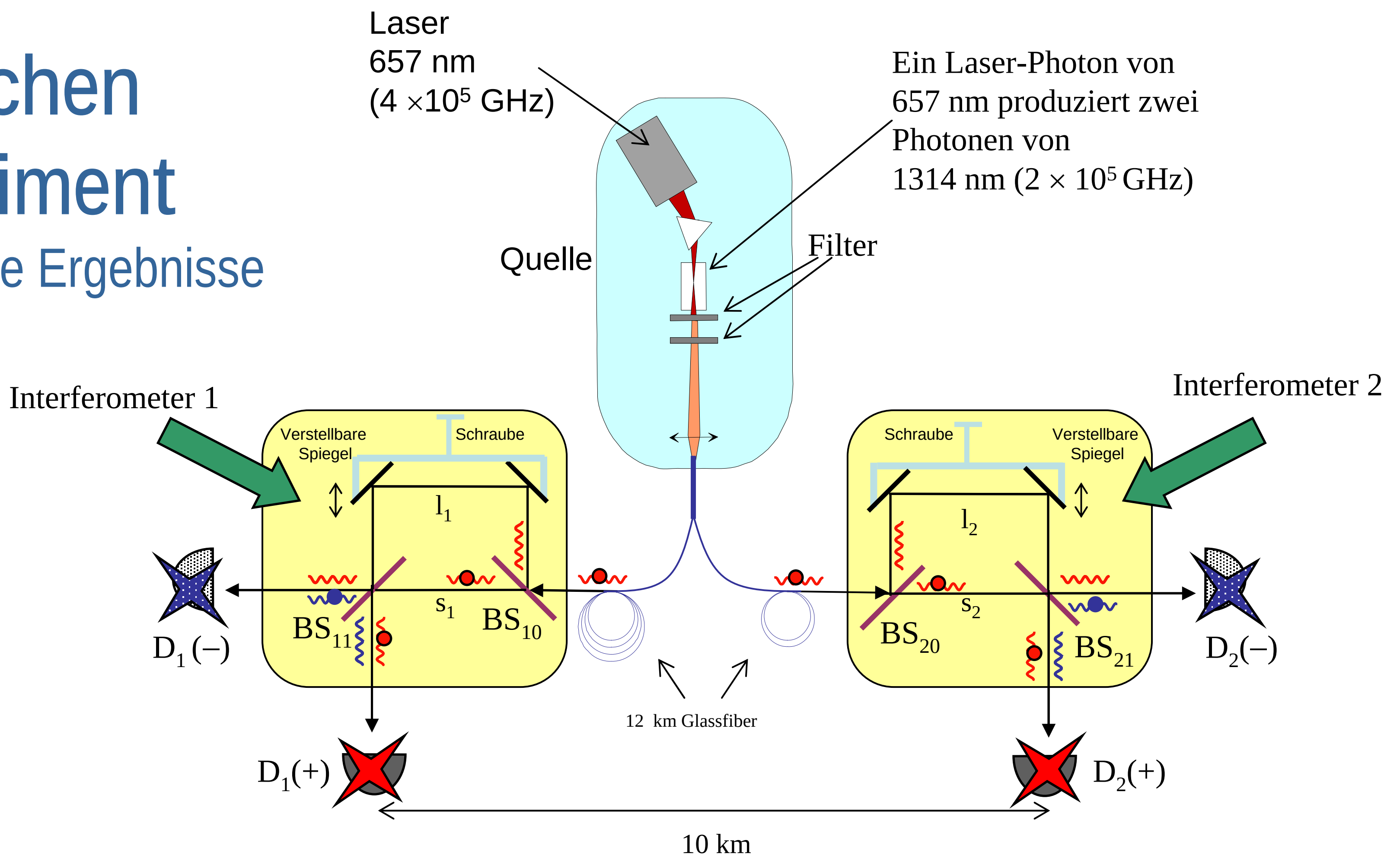
$$\boxed{\Rightarrow \Delta\nu\frac{l-s}{c} << 1}$$

$$\Rightarrow \Delta\nu << \frac{c}{(l-s)} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ m/s}{0.5\,m} = 600\,MHz$$

$\Delta\nu$: Bandbreite des Lasers $= 10\,MHz << 600\,MHz$

2-Teilchen Experiment

4 mögliche Ergebnisse

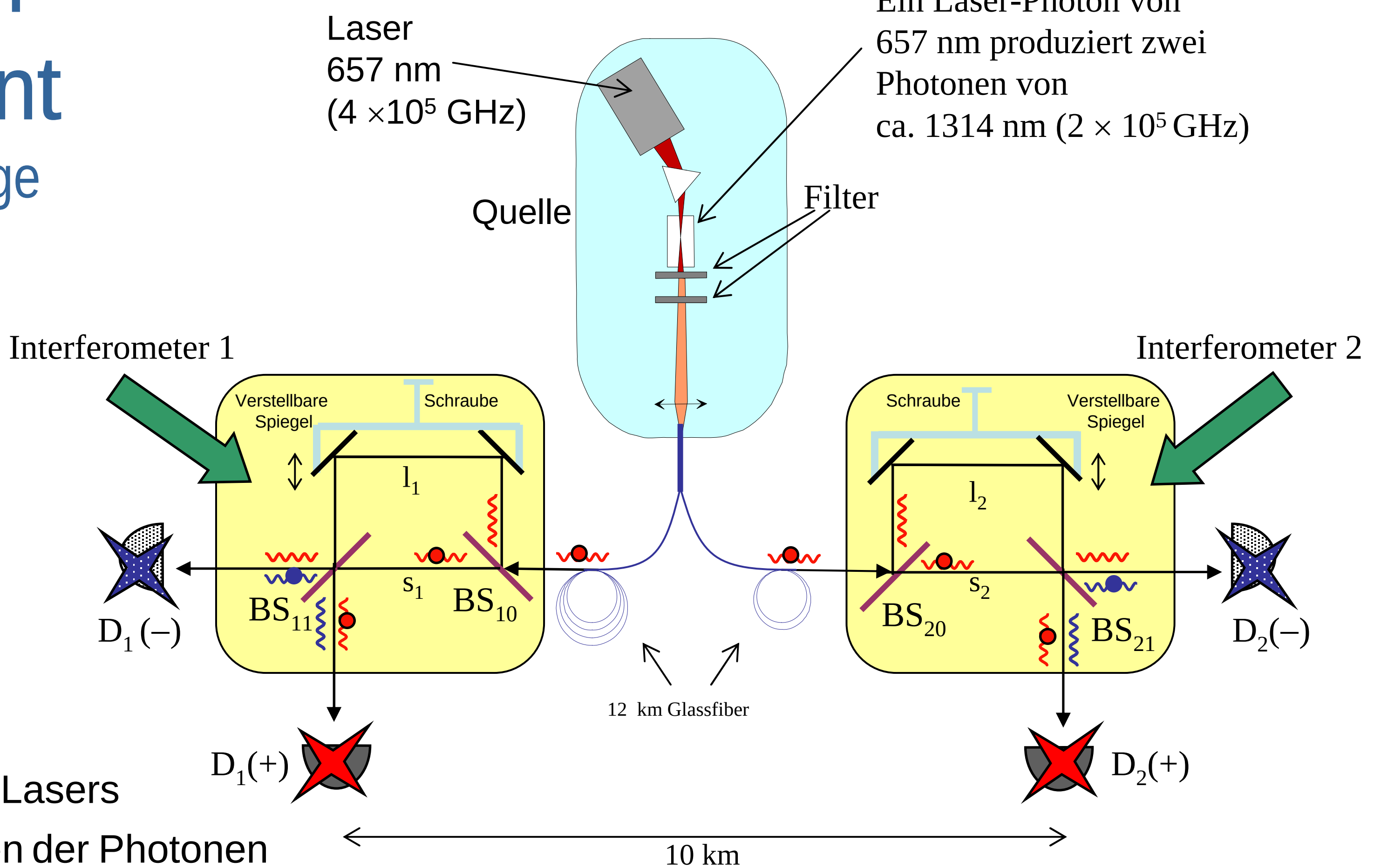


4 mögliche Ergebnisse bei der Detektion mit entsprechenden Wahrscheinlichkeiten

$++$	$\Pr(++)$	$+-$	$\Pr(+-)$
$--$	$\Pr(--)$	$-+$	$\Pr(-+)$

2-Teilchen Experiment

4 mögliche Wege



ω: Kreisfrequenz des Lasers

ω_1, ω_2: Kreisfrequenzen der Photonen

l_1, l_2 : Länge der längeren Wege der Interferometer

s_1, s_2 : Länge der kürzeren Wege der Interferometer

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

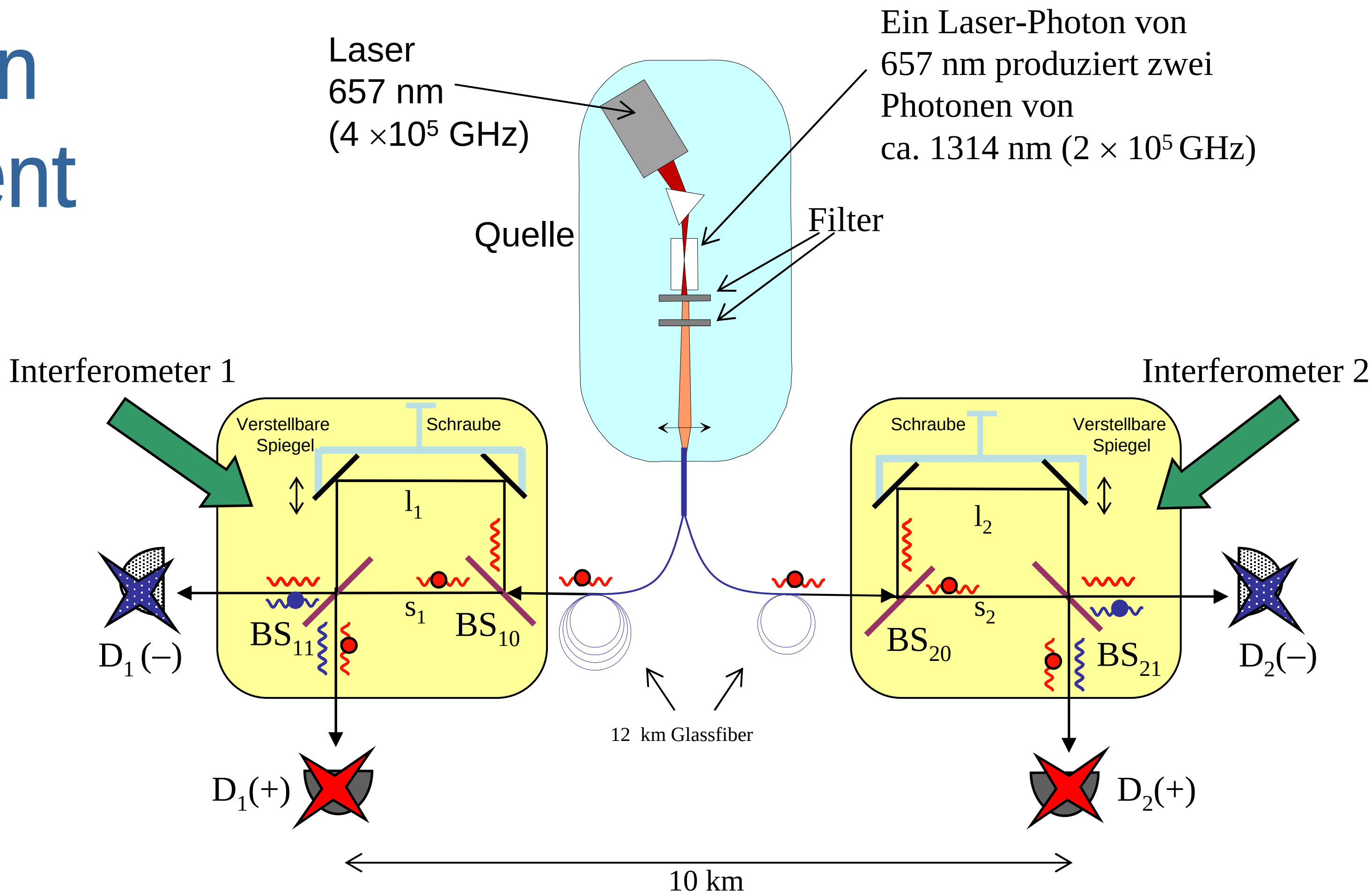
$$\omega_1 = \frac{\omega}{2} + \omega_{ph} \qquad \omega_2 = \frac{\omega}{2} - \omega_{ph}$$

4 mögliche Wege zu jedem Detektorpaar

$l_1\, l_2$ $s_1\, s_2$ $l_1\, s_2$ $s_1\, l_2$

2-Teilchen Experiment

2 Bandbreiten



$$\omega_1 = \frac{\omega}{2} + \omega_{ph}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega}{2} - \omega_{ph}$$

$\Delta\nu$: Bandbreite des Lasers $\approx 10 MHz$

$\Delta\omega = 2\pi \cdot \Delta\nu$

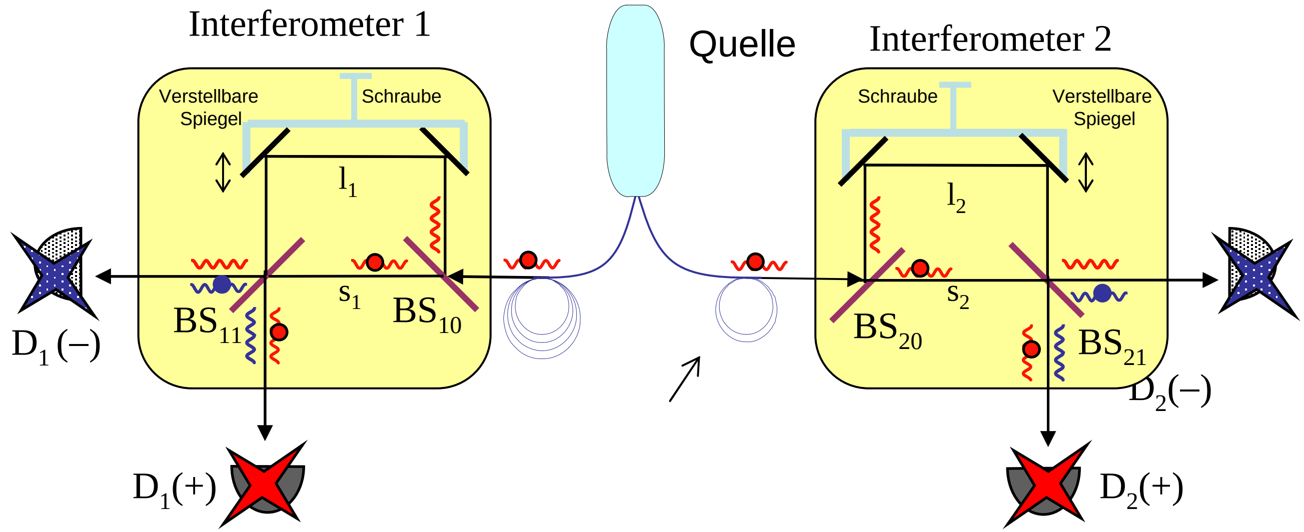
$\Delta\nu_{ph}$: Bandbreite der Photonen $\approx 2000 GHz$

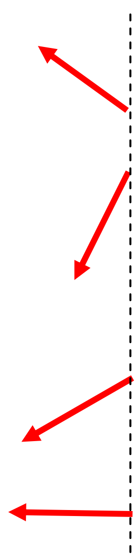
$\Delta\omega_{ph} = 2\pi \cdot \Delta\nu_{ph}$

(Bandreite des sichtbaren Lichtes = $500\ GHz$)

2-Teilchen Experiment

Amplituden der 4 Wege zu den Detektoren $D_1(+)$, $D_2(+)$





Weg	Länge des Pfeils	Winkel des Pfeils
$l_1\, l_2$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$\frac{\pi}{2}+\omega_1\frac{l_1}{c}+\frac{\pi}{2}+\omega_2\frac{l_2}{c}$
$s_1\, s_2$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$\omega_1\frac{s_1}{c}+\frac{\pi}{2}+\omega_2\frac{s_2}{c}+\frac{\pi}{2}$
$l_1\, s_2$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$\frac{\pi}{2}+\omega_1\frac{l_1}{c}+\omega_2\frac{s_2}{c}+\frac{\pi}{2}$
$s_1\, l_2$	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$	$\omega_1\frac{s_1}{c}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\omega_2\frac{l_2}{c}$

2-Teilchen Experiment

Die Winkel der verschiedenen Weg-Paare sind ausschlaggebend

Jedes Weg-Paar trägt zum Gesamtbeitrag bei. Wenn ein Weg-Paar keine sichtbare Interferenz ergibt, ist es für das Experiment nicht nützlich, da es die Zählrate auf 50% drückt.

2-Teilchen Experiment

Die Winkel der verschiedenen Weg-Paare sind ausschlaggebend (Mathematische Erklärung)

Das Quadrat des resultierenden Pfeils von 4 Pfeilen hängt von den 6 möglichen Winkeln zwischen den Pfeilen ab:

Weg
$l_1\ l_2$
$s_1\ s_2$
$l_1\ s_2$
$s_1\ l_2$

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta_{\mathbf{ab}}$$

$$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2 = (\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2\,\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2|\mathbf{a}|\cdot|\mathbf{b}|\cos\theta_{\mathbf{ab}}$$

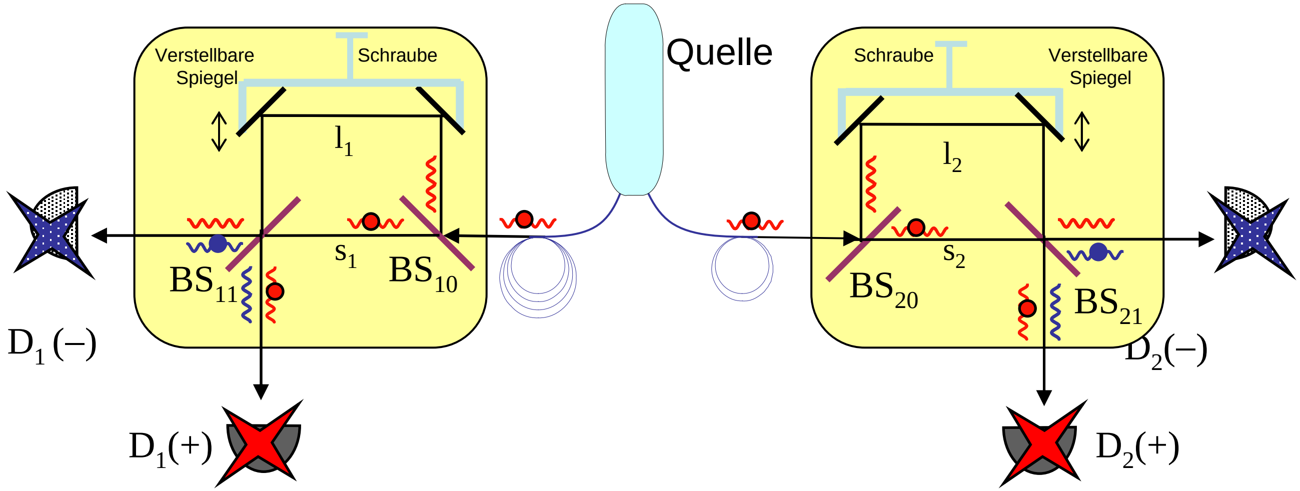
$$\begin{aligned}
&|\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}+\mathbf{d}|^2 = \\
&= (\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}+\mathbf{d})\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}+\mathbf{d}) = \\
&= |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + |\mathbf{c}|^2 + |\mathbf{d}|^2 \\
&+ 2|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta_{\mathbf{ab}} + 2|\mathbf{a}||\mathbf{c}|\cos\theta_{\mathbf{ac}} + 2|\mathbf{a}||\mathbf{d}|\cos\theta_{\mathbf{ad}} + 2|\mathbf{b}||\mathbf{a}|\cos\theta_{\mathbf{ba}} + 2|\mathbf{b}||\mathbf{c}|\cos\theta_{\mathbf{bc}} + 2|\mathbf{b}||\mathbf{d}|\cos\theta_{\mathbf{bd}} \\
&+ 2|\mathbf{c}||\mathbf{a}|\cos\theta_{\mathbf{ca}} + 2|\mathbf{c}||\mathbf{b}|\cos\theta_{\mathbf{cb}} + 2|\mathbf{c}||\mathbf{d}|\cos\theta_{\mathbf{cd}} + 2|\mathbf{d}||\mathbf{a}|\cos\theta_{\mathbf{da}} + 2|\mathbf{d}||\mathbf{b}|\cos\theta_{\mathbf{db}} + 2|\mathbf{d}||\mathbf{c}|\cos\theta_{\mathbf{dc}}
\end{aligned}$$

d

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = |\mathbf{d}| = \frac{1}{4}$$

2-Teilchen Experiment

Welche Weg-Paare ergeben sichtbare Interferenz ?



$$\Delta\nu \approx 10MHz$$

$$l_1 - s_1 \approx l_2 - s_2 \approx 0.5m$$

$$\frac{c}{l_1 - s_1} \approx \frac{c}{l_2 - s_2} \approx 600MHz$$

$$\Delta\nu_{ph} \approx 2 \cdot 10^3 GHz$$

$$(l_1 - s_1) - (l_2 - s_2) \approx 10\mu m$$

$$\frac{c}{(l_1 - s_1) - (l_2 - s_2)} \approx 3 \cdot 10^5 GHz$$

Weg-Paar	Winkel zwischen den beiden Pfeilen
$l_1\, l_2$ $s_1\, s_2$	$\theta = \omega_1 \frac{l_1 - s_1}{c} + \omega_2 \frac{l_2 - s_2}{c} = \left(\frac{\omega}{2} + \omega_{ph}\right)\frac{l_1 - s_1}{c} + \left(\frac{\omega}{2} - \omega_{ph}\right)\frac{l_2 - s_2}{c}$ $= \frac{\omega}{2}\frac{l_1 - s_1}{c} + \frac{\omega}{2}\frac{l_2 - s_2}{c} + \omega_{ph}\frac{(l_1 - s_1) - (l_2 - s_2)}{c}$
$l_1\, s_2$ $s_1\, l_2$	$\theta = \omega_1 \frac{l_1 - s_1}{c} + \omega_2 \frac{s_2 - l_2}{c} = \left(\frac{\omega}{2} + \omega_{ph}\right)\frac{l_1 - s_1}{c} + \left(\frac{\omega}{2} - \omega_{ph}\right)\frac{s_2 - l_2}{c}$ $= \frac{\omega}{2}\frac{l_1 - s_1}{c} - \frac{\omega}{2}\frac{l_2 - s_2}{c} + \omega_{ph}\frac{(l_1 - s_1) + (l_2 - s_2)}{c}$

Von den 6 Weg-Paare (l_1l_2-s_1s_2, l_1l_2-l_1s_2, l_1l_2-s_1l_2, s_1s_2-l_1s_2, s_1s_2-s_1l_2, l_1s_2-s_1l_2)
Nur das Paar l_1l_2-s_1s_2 ergibt Interferenz